

雷达海上机动目标高分辨稀疏分数阶模糊函数检测方法

于晓涵, 陈小龙, 关键, 黄勇
(海军航空大学, 山东 烟台 264001)

摘要: 针对复杂海洋背景中高机动目标的快速检测问题, 提出了一种基于稀疏分数阶模糊函数(SFRAF)的雷达目标检测算法, 所提算法在瞬时自相关函数计算后引入稀疏傅里叶变换(SFT), 结合了SFT和分数阶模糊函数(FRAF)的优势, 因此, SFRAF对高机动信号具有较好的处理效果, 同时能够获得较低的计算复杂度。仿真实验和实测数据处理结果表明, 相比于经典检测方法, 所提方法能够明显改善机动目标的检测性能, 而相比于FRAF, 所提方法能够实现检测效率的有效提升。

关键词: 海上动目标检测; 高阶相位信号; 稀疏傅里叶变换; 稀疏分数阶模糊函数

中图分类号: TN957.51

文献标识码: A

doi: 10.11959/j.issn.1000-436x.2019156

Radar marine maneuvering target detection via high resolution sparse fractional ambiguity function

YU Xiaohan, CHEN Xiaolong, GUAN Jian, HUANG Yong
Naval Aviation University, Yantai 264001, China

Abstract: To solve the problem of fast detection of high maneuvering targets in complex ocean background, a radar target detection algorithm via sparse fractional ambiguity function (SFRAF) was proposed. The sparse Fourier transform (SFT) was introduced after instantaneous autocorrelation function calculation, which combines the advantages of SFT and fractional ambiguity function (FRAF). Therefore, SFRAF has good processing performance on high maneuvering signals and can achieve lower computational complexity. The simulation experiments and the measured data processing results show that compared with classical detection method, the detection performance of maneuvering target can be significantly improved, and compared with FRAF, the proposed method can achieve higher detection efficiency.

Key words: maritime moving target detection, high order phase signal, sparse Fourier transform, sparse fractional ambiguity function

1 引言

雷达作为海洋监视领域的主要探测手段, 提升其对海上运动目标的检测能力具有重要意义。然而, 受复杂非均匀海洋环境和目标复杂运动特性的

影响, 使海上动目标特别是高机动目标的检测问题面临严峻考验^[1]。机动目标回波信噪比/信杂比(SNR/SCR, signal-to-noise/clutter ratio)低, 且回波多普勒呈现时变特性^[2-3], 目标的速度变化引起的加速度及目标在高海况条件下的摇摆和起伏运动, 容

收稿日期: 2018-06-06; 修回日期: 2019-06-17

通信作者: 陈小龙, cxlxl1209@163.com

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(No.61871391, No.U1633122, No.61871392, No.61531020); 国防科技基金资助项目(No.2102024); 山东省高校科技发展计划基金资助项目(No. J17KB139); 中国科协“青年人才托举工程”专项经费基金资助项目(No. YESS20160115)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China(No.61871391, No.U1633122, No.61871392, No.61531020), National Defense Technology Funds(No.2102024), Project of Shandong Province Higher Educational Science and Technology Program(No.J17KB139), The Special Funds of Young Talents Program of CAST(No. YESS20160115)

易导致回波出现 3 次及高次相位。经典的基于滤波器组的动目标检测 (MTD, moving target detection) 方法仅适用于平稳回波信号, 对于运动形式复杂的机动目标, 难以实现可靠的检测^[4]。广泛使用的分数阶傅里叶变换 (FRFT, fractional Fourier transform)^[5]、Wigner 分布^[6]、多项式相位变换^[7]等基于变换处理的动目标检测方法能够实现时变机动目标信号的相参积累, 从而改善 SNR/SCR, 但受变换方法本身的限制, 若变换方法与目标运动特性不相匹配, 则相参积累增益低, 难以达到改善 SCR 的效果, 使算法稳健性不高、参数估计能力有限。通过采用具有驻留探测模式的相控阵雷达或多输入多输出 (MIMO, multiple-input and multiple-output)^[8]雷达, 可延长积累时间, 获取更多的回波脉冲数, 增加目标的能量, 提高对机动目标的精细化描述能力, 但长时间观测及高采样频率使回波脉冲数极大增加, 导致算法运算量增大, 耗费大量的雷达信号处理资源, 处理性能下降。因此, 亟需发展和研究适合高阶相位时变信号的快速、高分辨力, 以及大数据量条件下的雷达回波信号处理方法和手段。

近年来, 一系列稀疏信号处理技术纷纷涌现^[9]。其中, 麻省理工学院 (MIT, Massachusetts Institute of Technology) 的 4 位学者提出的稀疏 Fourier 变换 (SFT, sparse Fourier transform)^[10]方法, 被 MIT《技术评论》评选为 2012 年度十大颠覆性技术。SFT 算法的核心思路是将 N 点长序列转化为 B 点短序列再进行 Fourier 变换, 比传统快速 Fourier 变换 (FFT, fast Fourier transform) 更加高效, 对于一个频谱稀疏的 N 点大尺寸输入信号, SFT 可将 FFT 的计算复杂度降低至 $O(K \ln N)$, 其中 K 为频域大值系数的数量^[11-12]。在 SFT 理论框架的基础上, 北京理工大学陶然教授等^[13]对 Pei 等^[14]提出的采样类离散 FRFT 方法进行重新设计, 提出了一种新的快速算法——稀疏 FRFT (SFRFT, sparse FRFT)。相比 FRFT 方法, SFRFT 提升了大数据量条件下稀疏信号的分析效率, 对线性调频信号具有较好的处理效果, 但由于模型失配, 使其对具有 3 次相位信息的高机动目标信号的探测性能仍难以满足实际需求。海军航空大学雷达目标探测课题组^[4]从稀疏优化和分解的角度, 构建了稀疏时频分布 (STFD, sparse time-frequency distribution) 的基本理论框架, 并提出了基于短时的 SFT (ST-SFT, short-time FT) 和短

时 SFRFT (ST-SFRFT, short-time SFRFT) 的雷达动目标检测方法^[15], 提高了检测性能和参数估计能力, 然而该理论需要优化求解, 在大数据量条件下难以保证工程实现要求, 且稀疏分解的字典需要先验信息, 从而限制了其在复杂运动目标检测中的应用。

分数阶模糊函数 (FRAF, fractional ambiguity function)^[16]对机动目标有良好的能量聚集性和检测性能, 可有效解决信号高次相位信息提取的问题, 但其计算复杂度较高, 且频率分辨力有限。雷达目标回波可看作少数强散射中心的叠加, 回波在分数域具有稀疏特性^[17], 本文在 Pei 等^[14]提出的采样类离散 FRAF 和 SFT 的基础上, 提出了稀疏 FRAF (SFRAF, sparse SFAF) 的实现方法, 并利用目标回波在分数域具有稀疏性的特点, 将 SFRAF 应用于雷达海上机动目标检测中, 通过 SFRAF 处理, 获得机动目标的稀疏分数域高分辨表示并进行目标检测, 既能利用 FRAF 对高阶相位信号良好的聚集性, 也可达到运算效率、频率分辨力的有效提高, 从而实现大数据量条件下机动目标的快速检测。仿真实验和实测海杂波数据处理结果验证了本文所提算法的有效性。

2 机动目标回波模型

为获得高分辨率和远探测距离, 假设雷达发射线性调频 (LFM, linear frequency modulation) 信号, 如式(1)所示。

$$s_t(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{T_p}\right) \exp\left\{j2\pi\left[f_c t + \frac{1}{2}kt^2\right]\right\} \quad (1)$$

其中, $\text{rect}(u) = \begin{cases} 1, & |u| \leq \frac{1}{2} \\ 0, & |u| > \frac{1}{2} \end{cases}$, t 为脉内快时间, f_c 为

雷达载频, T_p 为脉宽, $k = \frac{W}{T_p}$ 为调频率, W 为带宽。

雷达接收到的信号形式为

$$s_r(t) = \sigma_r \text{rect}\left(\frac{t-\kappa}{T_p}\right) \exp\left\{j2\pi\left[f_c(t-\kappa) + \frac{k}{2}(t-\kappa)^2\right]\right\} \quad (2)$$

其中, σ_r 为海上机动目标的散射截面积, $\kappa = \frac{2R_s(t_m)}{c_0}$ 代表时间延迟, c_0 代表光速, $R_s(t_m)$ 为目标与雷达的视线距离 (RLoS, radar line of sight),

$t_m \in \left[-\frac{T_n}{2}, \frac{T_n}{2}\right]$ 表示脉间慢时间, T_n 为观测时长。

假设目标朝雷达运动, 如图 1 所示, 仅考虑径向速度分量, 则目标的距离走动为时间的多项式函数, 保留其泰勒级数展开式的前四项作为机动目标与雷达 RLOS 的 3 次近似, 则

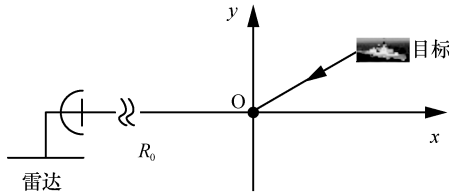


图 1 雷达与目标运动的几何关系示意

$$R_s(t_m) = R_0 - v_0 t_m - \frac{a_s t_m^2}{2} - \frac{g_s t_m^3}{6} \quad (3)$$

其中, R_0 为目标与雷达的初始 RLOS 距离, v_0 为目标运动初速度, a_s 为加速度, g_s 为急动度。由于雷达的相参性, 采用发射信号作为参考信号, 则回波信号经解调后输出形式为

$$s_{IF}(t, t_m) = s_r s_t^* = \sigma_r \text{rect}\left(\frac{t - \kappa}{T_p}\right) \exp(-j2\pi k \kappa t) \exp(-j2\pi f_c \kappa) \quad (4)$$

其中, *表示复共轭运算。将解调后的雷达回波数据进行脉冲压缩处理, 不考虑杂波和噪声, 则机动目标回波模型为

$$s_{PC}(t, t_m) = A_r(t_m) \text{sinc}\left[W\left(t - \frac{2R_s(t_m)}{c}\right)\right] \exp\left(-j\frac{4\pi R_s(t_m)}{\lambda}\right) \quad (5)$$

其中, $A_r(t_m)$ 为回波幅度, λ 为信号波长。

3 稀疏分数阶模糊函数

3.1 SFRAF 定义

对于建模为二次调频信号 (QFM, quadratic frequency modulated) 的海上机动目标, 离散后的回波信号可表示为

$$s(n\Delta t) = A_0 \exp\left[j2\pi\left(a_0 + a_1 n\Delta t + a_2 n^2 \Delta t^2 + a_3 n^3 \Delta t^3\right)\right] + c(n\Delta t), \quad n \in [1, N] \quad (6)$$

其中, A_0 为信号幅度; $a_i (i=0,1,2,3)$ 表示多项式系数, $a_0 = \frac{2R_0}{\lambda}$, $a_1 = \frac{2v_0}{\lambda}$, $a_2 = \frac{a_s}{\lambda}$, $a_3 = \frac{g_s}{3\lambda}$; $\Delta t = \frac{1}{f_s}$ 为信号时间采样间隔; $N = T_n f_s$ 为采样点数; f_s 为采样频率; $c(n\Delta t)$ 为海杂波。

信号 $s(n\Delta t)$ 的 SFRAF 的定义如式(7)所示。

$$\mathcal{F}_\alpha(m, \tau) = \mathcal{R}_m\left(\mathcal{S}\left[\mathcal{R}_n\left(R_s(n, \tau)\right)\right]\right) \quad (7)$$

其中, $\mathcal{F}_\alpha(\cdot)$ 表示旋转角为 α 时信号的 SFRAF, $m \in [1, N]$ 为 SFRAF 域离散变量, $\mathcal{R}(\cdot)$ 和 $\mathcal{S}(\cdot)$ 分别表示 Chirp 乘法算子和 SFT 算子, $R_s(\cdot)$ 为信号的瞬时自相关函数 (IACF, instantaneous auto correlation function)。

3.2 SFRAF 实现原理

图 2 为 SFRAF 算法的实施流程。为了使算法更易仿真实现, 本文给出了伪代码形式的算法描述, 具体如下。

算法 1 SFRAF 算法

输入 信号 $s(n\Delta t)$, $n \in [1, N]$

输出 SFRAF 结果 $\mathcal{F}_\alpha(m, \tau)$, $m \in [1, N]$

- 1) procedure SFRAF [$s(n\Delta t)$]
- 2) IACF 计算: $R_s(n, \tau) \leftarrow s(n\Delta t)$
- 3) 时域 Chirp 乘法运算: $x(n) \leftarrow R_s(n, \tau)$
- 4) SFT 运算:
- 5) for $i \leftarrow 1$ to L do
- 6) 预设稀疏度 K
- 7) 选取随机奇数 $\sigma \in [1, N]$
- 8) 频谱重排: $P_\sigma(n) \leftarrow x(n)$
- 9) 窗函数滤波: $y(n) \leftarrow P_\sigma(n)$
- 10) 时域混叠: $z(n) \leftarrow y(n)$
- 11) 降采样 FFT: $Z(m) \leftarrow z(n)$
- 12) 取极大值: $I \leftarrow K_{\max}[Z(m)]$
- 13) 散列反射射: $J \leftarrow I$

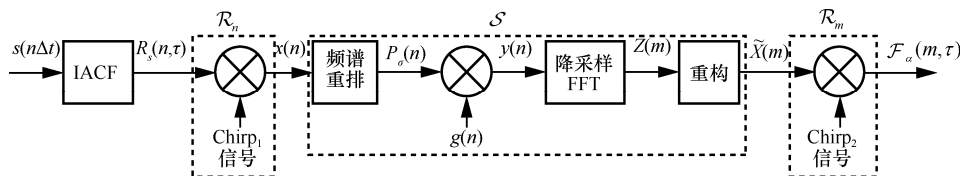


图 2 SFRAF 实施流程

- 14) 估值: $\hat{X}(m) \leftarrow I$
- 15) end for
- 16) return $\tilde{X}(m)$
- 17) 频域 Chirp 乘法运算: $\mathcal{F}_\alpha(m, \tau) \leftarrow \tilde{X}(m)$
- 18) return $\mathcal{F}_\alpha(m, \tau)$
- 19) end procedure

① IACF 计算。回波信号的 IACF 定义为

$$R_s(n, \tau) = s(n\Delta t + \frac{\tau}{2})s^*(n\Delta t - \frac{\tau}{2}) = A_0^2 \exp\left[j2\pi\tau\left(a_1 + 2a_2n\Delta t + 3a_3n^2\Delta t^2 + \frac{a_3\tau^2}{4}\right)\right] + R_c(n, \tau) + R_{sc}(n, \tau) \quad (8)$$

其中, τ 为回波信号时延, 为固定常数; $R_c(n, \tau)$ 、 $R_{sc}(n, \tau)$ 分别为海杂波 IACF、海杂波和目标交叉项的 IACF。

② 时域 Chirp 乘法运算。将 $R_s(n, \tau)$ 与 Chirp₁ 信号相乘, 如式(9)所示

$$x(n) = R_s(n, \tau) \exp\frac{j\cot\alpha n^2 \Delta t^2}{2}, n \in [1, N] \quad (9)$$

其中, $\exp\frac{j\cot\alpha n^2 \Delta t^2}{2}$ 为 Chirp₁ 信号。

③ SFT 运算。主要包括通过频谱重排、窗函数滤波、降采样 FFT、频谱重构等过程^[10]。首先, 通过对时域信号进行操作以实现频谱重排, 定义重排方式 P_σ , 重排后的时域序列 P_σ 如式(10)所示。

$$P_\sigma(n) = x[(\sigma n) \bmod N], n \in [1, N] \quad (10)$$

其中, σ 是从 $[1, N]$ 中随机选取的奇数, 满足 $(\sigma\sigma^{-1}) \bmod N = 1$, 其中, mod 为取模运算。

定义窗函数 $g(n)$, 其频谱 $G(m)$ 满足

$$G(m) \in \begin{cases} [1-\delta, 1+\delta], & m \in [-\varepsilon'N, \varepsilon'N] \\ [0, \delta], & m \notin [-\varepsilon N, \varepsilon N] \end{cases} \quad (11)$$

其中, ε' 、 ε 和 δ 分别为通带截断因子、阻带截断因子和振荡波纹, 则窗函数滤波后的信号为 $y(n) = g(n)P_\sigma(n)$, $n \in [1, N]$, $\text{supp}(y) \subseteq \text{supp}(g) = \left[-\frac{\omega}{2}, \frac{\omega}{2}\right]$, supp 表示支撑, ω 为窗函数长度。

经过频谱重排和窗函数滤波, 信号大值频点已经以极高概率独立地分布于各个“筐”中, 此时通

过降采样 FFT 将“筐”中的大值频点取出。由 FT 的性质可知, 通过时域混叠可以实现频域的降采样, 降采样 FFT 后的信号为

$$Z(m) = \text{FFT}\{z(n)\} = \text{FFT}\left\{\sum_{j=0}^{\lfloor \frac{\omega}{B} \rfloor - 1} y(n + jB)\right\}, n \in (1, B) \quad (12)$$

其中, $\lfloor \cdot \rfloor$ 表示向下取整函数, B 为“筐”的数量。

将 $Z(m)$ 中 K (K 为稀疏度) 个极大值对应的坐标 m 归入集合 J 中, 通过散列反映射^[10] 得到大值频点在原始信号 $x(n)$ 的频谱序列中的对应坐标并保存到集合 I 中, 即

$$I = \{m \in [1, N] | h_\sigma(m) \in J\} \quad (13)$$

其中, $h_\sigma(m) = \left\lfloor \sigma m \frac{B}{N} \right\rfloor$, I 的大小为 $K \frac{N}{B}$ 。对于每一个 $m \in I$, 通过式(14)估计其原始频域系数。

$$\hat{X}(m) = \begin{cases} \frac{Z(h_\sigma(m)) \exp\left(-j\pi o_\sigma(m) \frac{\omega}{N}\right)}{G(o_\sigma(m))}, & m \in I \\ 0, & m \in [1, N] \cap \bar{I} \end{cases} \quad (14)$$

其中, $o_\sigma(m) = \sigma m - h_\sigma(m) \frac{N}{B}$ 。将重排到估值的过程循环 L 次 (假设 i 为对应的循环变量), 取出集合 I 中出现概率最高的 K 个坐标在 L 次循环中得到的估计值 $\hat{X}'_k(m)$, $1 \leq k \leq K, l = 1, 2, \dots, L'$, 其中, k 为大值频点序号, $1 \leq L' \leq L$ 表示大值频点的出现次数。然后, 取每个大值点的 L' 个估计值的中值作为该大值点的最终估计值, 因此, 频谱重构后 $x(n)$ 的 SFT 结果为 $\tilde{X}(m) = \sum_{k=1}^K \text{median}\{\hat{X}'_k(m)\}$ 。

④ 频域 Chirp 乘法运算。将 SFT 结果与 Chirp₂ 信号相乘, 得到 SFRAF 稀疏谱, 如式(15)所示。

$$\mathcal{F}_\alpha(m, \tau) = \tilde{X}(m) \cdot \exp\frac{jm^2 \Delta u^2}{2 \tan \alpha} \sqrt{(\sin \alpha - j \cos \alpha) \frac{\text{sgn}(\sin \alpha)}{N}} \quad (15)$$

其中, $\exp\frac{jm^2 \Delta u^2}{2 \tan \alpha} \sqrt{(\sin \alpha - j \cos \alpha) \frac{\text{sgn}(\sin \alpha)}{N}}$ 为 Chirp₂ 信号, sgn 为符号函数, $\Delta u = \frac{2\pi \Delta t |\sin \alpha|}{N}$ 为 SFRAF 稀疏谱的采样间隔。

3.3 参数设置方法

SFRAF 的实现原理中, 涉及很多参数, 参数的设置值会对最终处理结果产生一定的影响, 本节内容将对参数设置方法进行讨论, 并给出各个参数的参考值。

在计算信号 SFRAF 之前, 首先需要根据实际应用场景预设稀疏度 K (SFRAF 域大值点个数), 例如: 在应用于海上机动目标检测时, K 设置为机动目标数量; 频谱重排时, σ 需选取 $[1, M]$ 中的随机奇数, 且满足 $(\sigma\sigma^{-1}) \bmod N = 1$, 若 σ 为偶数, 则无法遍历所有的 n ; 此外, “筐” 的数量 B 是未知的, 需要根据稀疏度 K 和数据长度 N 进行预设, 本文算法是通过分 “筐” 操作将 N 点长序列转换为 B 点短序列再进行 FFT 运算, 为平衡分 “筐” 操作与短点 FFT 计算量, “筐” 的数量 B 应比 $O(K)$ 稍大些, 取参数 $B \approx \sqrt{NK}$; 窗函数滤波器 $G(\varepsilon, \varepsilon', \delta, \omega)$ 决定了信号频点与各个 “筐” 之间的映射关系, 为了保证算法效率, 避免频谱泄露, 要求该滤波器在时域各频域都具有能量集中性, 各参数的参考值为 $\varepsilon = \frac{1}{B}$, $\varepsilon' = \frac{1}{2B}$, $\delta \approx \frac{1}{N}$, $\omega = O(B1b \frac{N}{\delta})$; 同时, 为了提高算法稳健性, 将 SFT 运算中重排到估值的过程循环多次, 增加循环次数 L , 可以在一定程度上提高 $\hat{X}(m)$ 的估计精度, 但同时会造成计算量的增加, 为平衡估计精度和计算复杂度, 取 $L = O(1bN)$ 。各个参数的参考值如表 1 所示。

4 SFRAF 域雷达机动目标检测

基于 SFRAF 的海上机动目标检测流程如图 3 所示, 具体包括以下步骤。

1) 雷达回波解调和脉冲压缩, 实现距离高分辨, 并选取待检测距离单元。

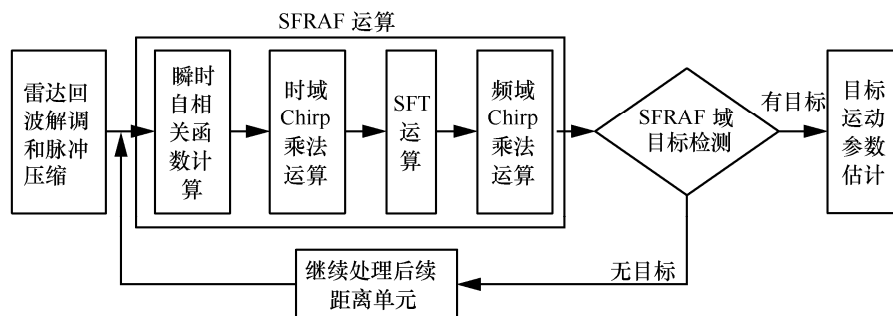


图 3 基于 SFRAF 的机动目标检测流程

表 1 SFRAF 参数参考值

参数	参考值
K	预设
σ	$[1, M]$ 中的随机奇数
B	\sqrt{NK}
ε	$\frac{1}{B}$
ε'	$\frac{1}{2B}$
δ	$\frac{1}{N}$
ω	$O(B1b \frac{N}{\delta})$
L	$O(1bN)$

存储距离-脉间慢时间二维数据矩阵 $S_{N \times M} = s_{PC}(h, q)$, $h=1, 2, \dots, H$, $q=1, 2, \dots, Q$, 其中, H 为距离单元数, Q 为脉冲数。若观测时间范围内运动目标跨越多个距离单元, 则首先进行距离走动补偿, 然后选取某一距离单元 h_0 作为待检测单元数据 $s(t_m) = s_{PC}(h_0, q)$; 若观测时间范围内运动目标未跨越距离单元, 则直接选取 $s(t_m) = s_{PC}(h_0, q)$, 进行后续的处理。

2) SFRAF 运算。通过瞬时自相关函数计算、SFT 运算、2 次 Chirp 乘法运算等过程, 实现机动目标的 SFRAF 域高分辨表示。

3) 在 SFRAF 域进行目标检测, 遍历所有距离搜索单元。

根据 SFRAF 输出结果判断有无目标, 并通过峰值点的二维搜索确定最佳变换角度, 即

$$\{\alpha_0, m_0\} = \arg \max_{\alpha, m} |\mathcal{F}_\alpha(m, \tau)| \quad (16)$$

4) 机动目标参数估计。根据文献[16], 单分量 QFM 信号在经过 FRAF 处理后表现为一峰值, SFRAF 是在 FRAF 的基础上设计实现的, 因此, 同

样具备这一特性（5.2 节将通过仿真实验对此进行验证）。SFRAF 峰值坐标^[16]为 $(\alpha_0, m_0) = [\text{arccot}(-12\pi a_3 \kappa), 4\pi a_2 \tau \sin \alpha_0]$ ， (α_0, m_0) 与 QFM 信号瞬时频率 $\hat{f}(t_m)$ 、中心频率 \hat{f}_0 、一次调频率 $\hat{\mu}_s$ 和二次调频率 $\hat{\gamma}$ 的关系为

$$\begin{cases} \hat{f}(t_m) = \hat{a}_1 + 2\hat{a}_2 t_m + 3\hat{a}_3 t_m^2 = \hat{f}_0 + \hat{\mu}_s t_m + \frac{\hat{\gamma} t_m^2}{2} \\ \hat{a}_2 = \frac{\hat{\mu}_s}{2} = \frac{m_0 \csc \alpha_0}{4\pi \tau} \\ \hat{a}_3 = \frac{\gamma}{6} = -\frac{\cot \alpha_0}{12\pi \tau} \end{cases} \quad (17)$$

进而得到机动目标运动参数的估计值，如式(18)所示，其中，信号的初始频率 \hat{f}_0 可通过对原始信号进行 dechirp 运算，并搜索其 FFT 结果的峰值估计得到。

$$\begin{aligned} \text{FRAF} [R_s(n, \tau)](m\Delta u, \tau) = & \\ \begin{cases} \sqrt{\sin \alpha - \frac{j \cos \alpha}{N}} \exp \frac{j m^2 \Delta u^2}{2 \tan \alpha} \sum_{n=0}^{N-1} \exp \left(\frac{j}{2} \cot \alpha n^2 \Delta t^2 \right) \exp \frac{-j 2 \pi n m}{N} R_s(n, \tau), & \alpha \in (2D\pi + (0, \pi)) \\ \sqrt{-\sin \alpha + \frac{j \cos \alpha}{N}} \exp \frac{j m^2 \Delta u^2}{2 \tan \alpha} \sum_{n=0}^{N-1} \exp \left(\frac{j}{2} \cot \alpha n^2 \Delta t^2 \right) \exp \frac{j 2 \pi n m}{N} R_s(n, \tau), & \alpha \in (2D\pi + (-\pi, 0)) \\ R_s(m\Delta u, \tau), & \alpha = 2D\pi \\ R_s(-m\Delta u, \tau), & \alpha = (2D+1)\pi \end{cases} \end{aligned} \quad (20)$$

其中， D 为整数。因此，FRAF 的计算复杂度如式(21)所示。

$$\# \text{FRAF} = O \left(3N + \frac{N}{2 \text{lb} N} \right) \quad (21)$$

图 4 为 SFRAF 和 FRAF 的计算复杂度对比，其中，实线曲线为随着采样点数 N 增加，FRAF 的计算复杂度变化（由式(21)得出）；点划线曲线为 $K=1$ 时，由式(19)得出的基于 SFT2.0^[10]版本的 SFRAF 计算复杂度；虚线曲线为基于 SFT3.0^[11]版本的 SFRAF 计算复杂度（在 SFT 3.0 的基础上得到）。通过分析图 4 可以发现：FRAF 的计算复杂度随着采样点数 N 的增加呈线性增加趋势；在 N 较小时，基于 SFT 2.0^[10]的 SFRAF 计算复杂度高于 FRAF，随着 N 的逐渐增加，其增加趋势与相比 FRAF 更为缓和，从 $N=2^{12}$ 开始，SFRAF (SFT 2.0) 的计算复杂度已低于 FRAF，但其运算效率仍较大程度地受数据长度制约；为突破数据长度对运算效率的限制，基于 SFT 3.0 的 SFRAF 通过固定循环参

$$\begin{cases} \hat{v}_0 = \frac{\lambda \hat{f}_0}{2} \\ \hat{a}_s = \frac{\lambda \hat{\mu}_s}{2} = \frac{\lambda m_0 \csc \alpha_0}{4\pi \tau} \\ \hat{g}_s = \frac{\lambda \hat{\gamma}}{2} = -\frac{\lambda \cot \alpha_0}{4\pi \tau} \end{cases} \quad (18)$$

5 SFRAF 性能分析

5.1 计算复杂度分析

对于一个数据长度为 N 的离散信号，通过分析 SFRAF 的实现过程，可得到其计算复杂度的近似表达式如式(19)所示。

$$\# \text{SFRAF} \approx 3N + \left(\omega + B \text{lb} \frac{B}{2+K} \right) L + \text{card}(I) \quad (19)$$

其中， $\text{card}(I)$ 表示集合 I 的测度。此外，根据 Pei 的离散 FRFT^[13]方法，可得到信号 FRAF 的离散形式如式(20)所示。

数配置、优化使用缓存、函数向量化等方式对算法进行了优化，当 $N > 2^{10}$ 时，优化后 SFRAF 的计算复杂度将基本不受数据长度的影响。上述分析表明，在大数据量条件下，SFRAF 的运算量明显低于 FRAF，而且采样点数越大，SFRAF 的优势越突出。

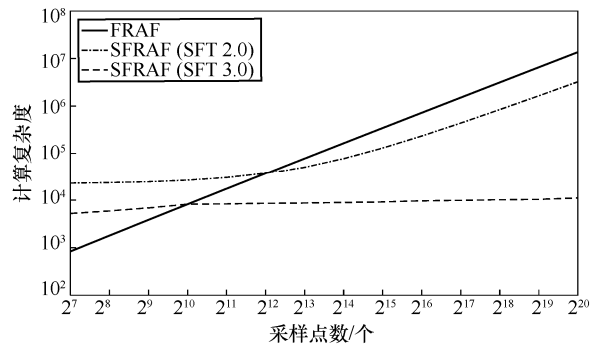


图 4 SFRAF 与 FRAF 计算复杂度对比

5.2 多分量信号分辨能力

SFRAF 能够很好地匹配和积累机动目标能量，单分量 QFM 信号在 SFRAF 域表现为一个峰值，本文通

过仿真实验进行验证。假设某机动目标信号参数为 $a_0=50$, $a_1=100$, $a_2=90$, $a_3=12$, 采样点数 $N=2^{13}$, 采样频率 $f_s=1\ 000\ \text{Hz}$, 稀疏度 $K=1$ 。图 5 为 SFRAF 处理结果, 图中变换阶数 $p = \frac{2\alpha}{\pi}$, 归一化采用的参数是 SFRAF 结果中的幅度值。由 SFRAF 谱以及最佳变换域 ($p=1.075$) 处理结果可知, 单分量机动目标信号在 SFRAF 域表现为一个峰值, 峰值位置与参数 a_2 和 a_3 有关。

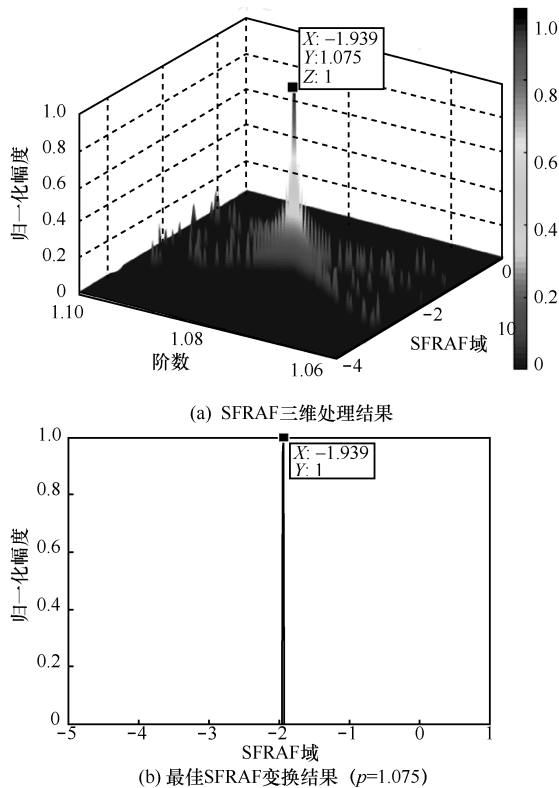


图 5 单分量 QFM 信号 SFRAF 处理结果

分析 SFRAF 对多分量信号的处理能力, 以二分量有限时长的 QFM 信号为例, 假设信号 s 由信号 s_1 和 s_2 混合而成, s 的 SFRAF 可分解为自项和交叉项, 如式(22)所示。

$$\mathcal{F}_\alpha^s(m, \tau) = \underbrace{\mathcal{F}_\alpha^{s_1}(m, \tau) + \mathcal{F}_\alpha^{s_2}(m, \tau)}_{\text{自项}} + \underbrace{\mathcal{F}_\alpha^{s_1 s_2}(m, \tau) + \mathcal{F}_\alpha^{s_2 s_1}(m, \tau)}_{\text{交叉项}} \quad (22)$$

如图 6 所示, 信号的 2 个自项在 SFRAF 域中将会表现为 2 个峰值。至于交叉项, 基于文献[18]的研究成果, 在 FRAF 域中, 交叉项分布于自项周围, 并呈正弦或余弦振荡, 其幅值远小于自项的峰值。由于 SFRAF 在 FRAF 的基础上设计实现, 而且 SFRAF 谱具有稀疏特性, 频率分辨力更高, 因此相比自项可忽略交叉项的影响, 图 6(c)~图 6(f)中二分量 QFM 信号

FRAF 与 SFRAF 的处理结果很好地验证了这一结论。 s_1 采用与图 5 相同的 QFM 信号, s_2 的参数为 $a'_0 = 80$, $a'_1 = 50$, $a'_2 = 100$, $a'_3 = 16$, 采样点数及采样频率与 s_1 一致, 稀疏度 $K=2$ 。从图 6(a)和图 6(b)中可以看出: 信号在 FRAF 谱和 SFRAF 谱中都表现为 2 个明显的峰值, SFRAF 的分辨力更好; 进一步分析二者的最佳变换域结果, 信号 s_1 和信号 s_2 的最佳 FRAF 域, 都有另一个信号分量的残留, 而 2 个信号在最佳 SFRAF 域, 均可以完全忽略另一个分量的影响。因此, SFRAF 具有分辨多分量信号的能力。

6 实验验证与分析

6.1 实测数据处理结果

本节采用南非科学与工业研究理事会 (CSIR, Council for Scientific and Industrial Research) 数据库^[19-20]中的 2 组海雷达数据对所提算法的性能进行验证, 采集数据的 Fynmeet 雷达工作于 X 波段, 为相参体制, 参加实验的合作目标为安装有 GPS 的 WaveRider RIB 快艇, 2 组数据的雷达及实验参数如表 2 所示。

图 7 为 TFC17-006 的数据分析, 从回波的时间-距离图可以看出, 雷达观测范围覆盖了近 50 个距离单元, 目标淹没在强海杂波中, 仅通过幅度难以发现目标。另外, 通过观察回波的时频分析图可以发现, 目标的多普勒频率随时间变化, 而且具有高机动性, 海杂波的频谱较宽, 覆盖了大量目标频谱, 给检测造成了较大的困难。

分别采用 MTD、FRAF 和 SFRAF 对数据进行处理, 图 8 给出了起始观测时间分别为 42 s 和 72 s (采样点数 $N=2^{13}$) 时, 3 种方法的检测结果对比, 由图 7(b)可知, 在这两段数据中, 目标机动性较高, 海杂波的频谱覆盖了目标范围, 因此更有利于算法性能的验证。图 8 中, 恒虚警率 (CFAR, constant false alarm rate) 检测门限为在虚警概率 $P_{fa}=10^{-4}$ 条件下, 采用双参量 CFAR 检测器得到的自适应检测门限, FRAF 和 SFRAF 的处理结果为最佳变换域 ($p=p_{opt}$) 结果。从图中可以看出: MTD 检测结果中杂波虚警较多, 在处理高机动信号时, 由于模型失配, 无法对目标的运动参数进行正确估计; FRAF 和 SFRAF 的检测性能明显优于 MTD, 二者都能获得更为精确的目标信息; 而且, 相对于 FRAF, SFRAF 具有更高的分辨力, 十分有利于大数据条件下机动目标的快速、精细化处理。

图 9 为 TFA17-014 的数据分析，从图中可以看出，该数据的海杂波背景较上一组数据更为复杂，目标的机动性更强，进一步增加了检测的难度。图 10 为 MTD、FRAF 和 SFRAF 的检测结果对比，在进

行处理时，同样选取了两段具有代表性的数据 ($t_0=28$ s 和 $t_0=73$ s, $N=2^{13}$)，以更好地验证算法的性能。图中结果说明，在复杂海杂波背景下，SFRAF 对机动目标仍具有较好的处理性能。

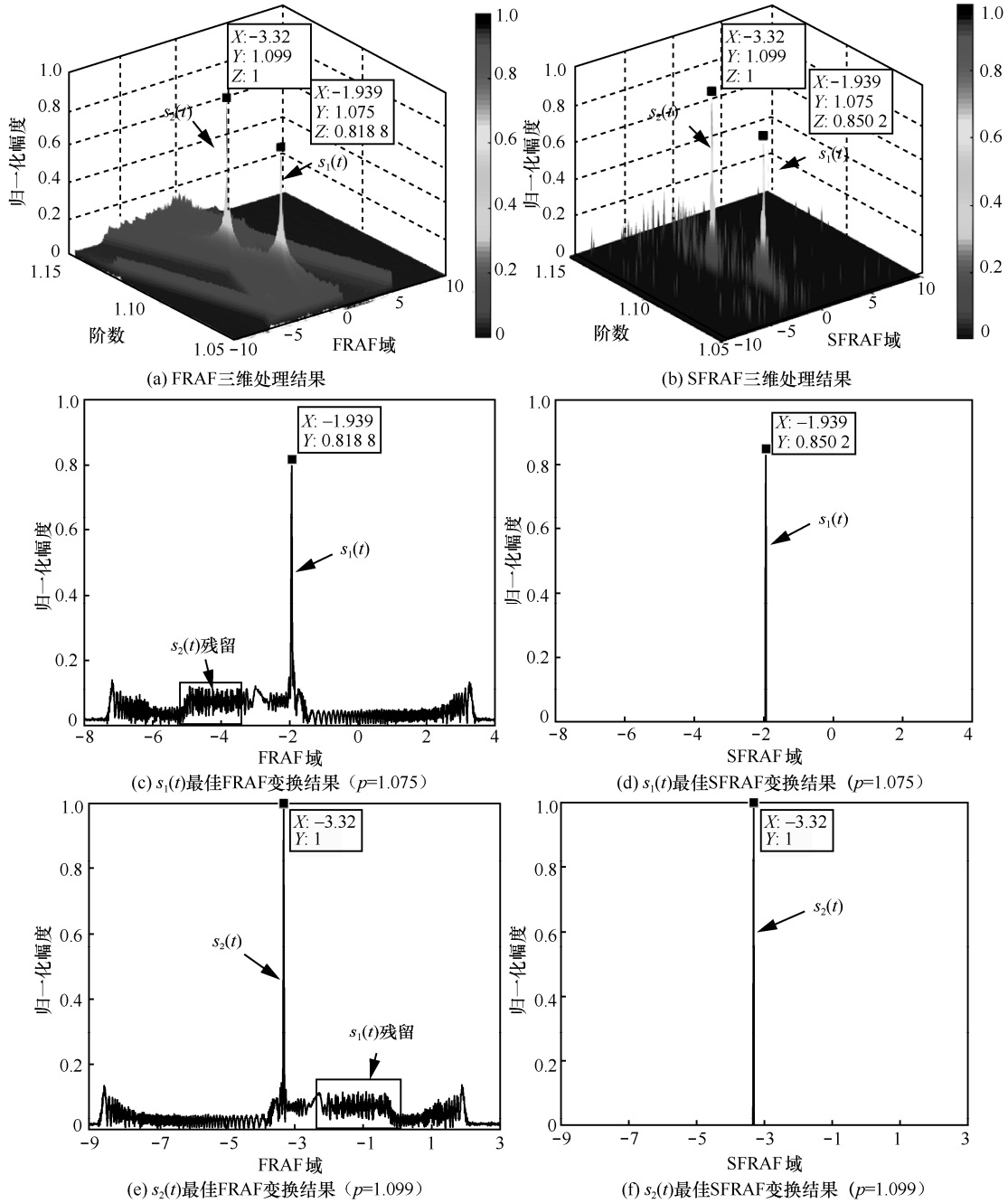


图 6 二分量 QFM 信号 FRAF 与 SFRAF 处理结果对比

表 2

CSIR 数据参数说明

数据	日期	发射频率/GHz	距离范围/m	距离分辨率/m	采样频率/Hz	观测时长/s	显著波高/m	海况/级
TFC17-006	2006-08-03	9	720	15	5 000	111	2.35	4
TFA17-014	2006-08-01	6.9	720	15	5 000	105	2.77	5

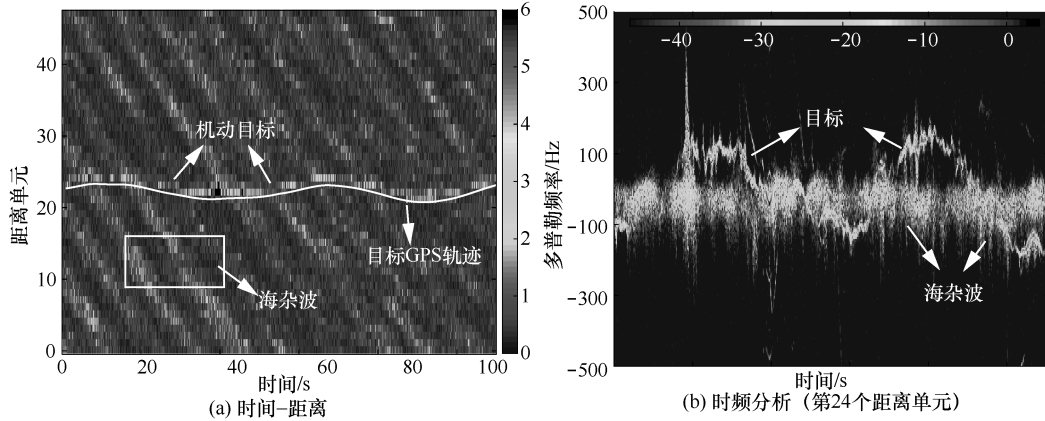


图 7 TFC17-006 数据分析

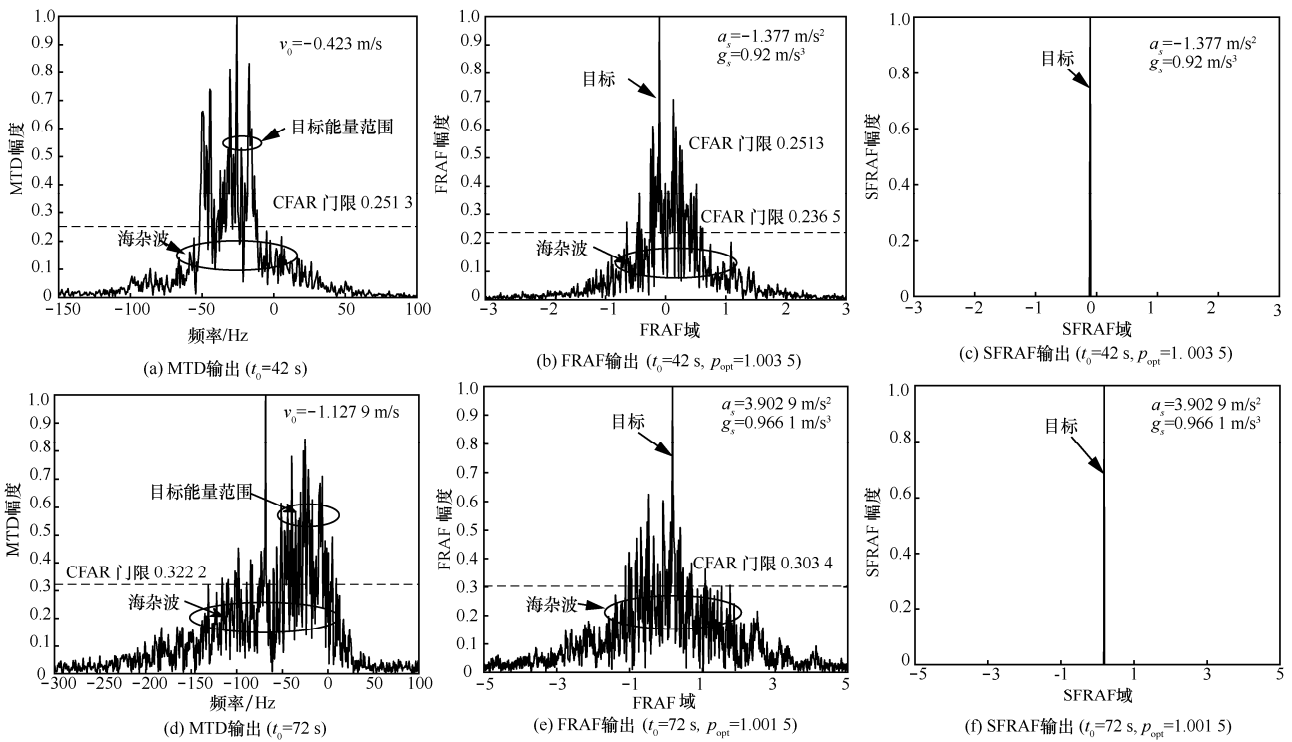


图 8 MTD、FRAF 和 SFRAF 检测结果对比(TFC17-006, $N=2^{13}$)

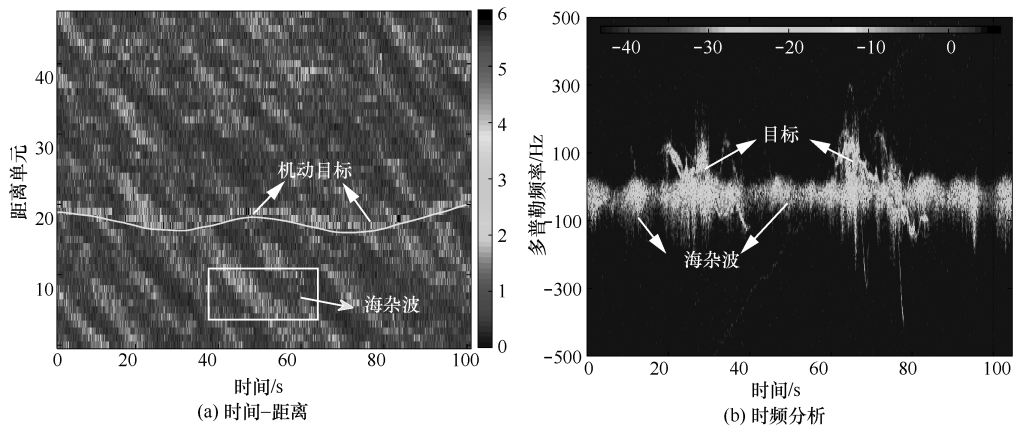


图 9 TFA17-014 数据分析

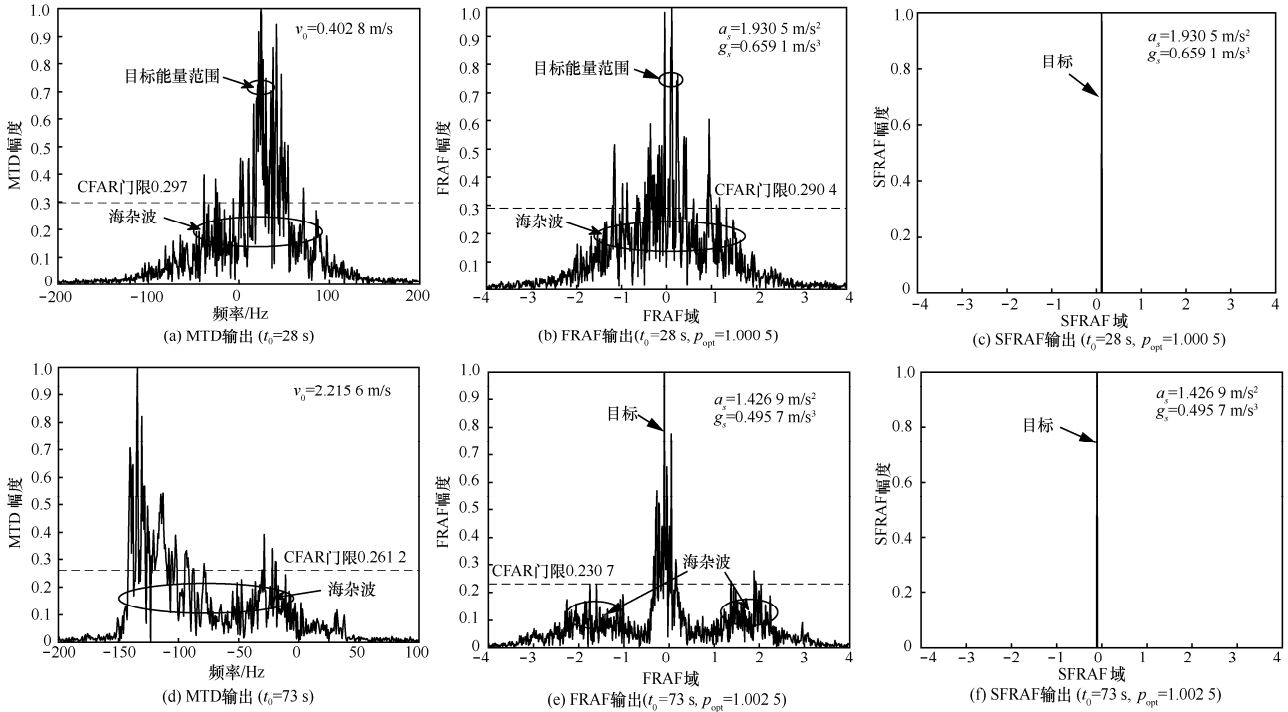


图 10 MTD、FRAF 和 SFRAF 检测结果对比 (TFA17-014, $N=2^{13}$)

6.2 低阶回波信号分析

本节将通过仿真实验，分析 SFRAF 对低阶回波信号的处理性能，并将其检测结果与 MTD 和 FRFT 进行对比。

1) LFM 信号

当 $a_3=0$ 时，式(6)所示的回波信号模型即转化为 LFM 信号（低阶信号）。假设目标信号参数为 $a_1=100$, $a_2=90$, $a_3=0$ ，采样点数 $N=2^{13}$ ，采样频率 $f_s=1\ 000\ \text{Hz}$ ， $\text{SNR}=-5\ \text{dB}$ ，在进行 SFRAF 处理时稀疏度 K 设置为 1。MTD、FRFT 和 SFRAF 的处理结果对比如图 11 所示。

通过分析图 11 可以得出：MTD 无法对 LFM 信号进行有效检测；FRFT 能够有效检测出目标，图 11(b)给出了最佳变换阶数为 1.996 5 时的变换结果，即 FRFT 的峰值坐标为 $\left(\frac{1.996\ 5\pi}{2}, 100.1\right)$ ，因此，

$\hat{a}_1=100.1$ ， $\hat{a}_2=-\frac{1}{2}\cot\left(\frac{1.996\ 5\pi}{2}\right)=88.4$ ，由于没有其他信息，无法对参数 a_3 进行估计；对于本文所提 SFRAF 方法，当最佳变换阶数 $p_{\text{opt}}=1$ 时，得到目标的坐标值为 $(\alpha_0, m_0)=\left(\frac{\pi}{2}, 2.271\right)$ ，由式(17)可得

$$\hat{a}_2 = \frac{m_0 \csc \alpha_0}{4\pi\tau} = 90.48, \hat{a}_3 = -\frac{\cot \alpha_0}{12\pi\tau} = 0 \quad (\tau = 0.002),$$

另外，可通过对原始信号进行 dechirp 运算，并搜索其 FFT 峰值得到 $\hat{a}_1=100.1$ 。

2) 平稳信号

当 $a_2=0$ 且 $a_3=0$ 时，式(6)所示的回波信号模型即转化为平稳信号（低阶信号）。假设目标信号参数为 $a_1=100$, $a_2=0$, $a_3=0$ ，采样点数 $N=2^{13}$ ，采样频率 $f_s=1\ 000\ \text{Hz}$ ， $\text{SNR}=-5\ \text{dB}$ ，在进行 SFRAF 处理时稀疏度 K 设置为 1。分别给出了 MTD、FRFT 和 SFRAF 的处理结果对比如图 12 所示。

通过分析图 12 可以得出：3 种方法均能有效检测出目标；对于 MTD 方法，从图 12 (a)中可以得到 $\hat{a}_1=100.1$ ，由于没有其他信息，无法对参数 a_2 和 a_3 进行估计；对于 FRFT 方法，图 12 (b)给出了当最佳变换阶数为 1 时的变换结果，即 FRFT 的峰值坐标为 $\left(\frac{\pi}{2}, 100.1\right)$ ，因此， $\hat{a}_1=100.1$ ， $\hat{a}_2=-\frac{1}{2}\cot\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$ ，

无法对参数 a_3 进行估计；对于本文所提 SFRAF 方法，图 12(c)给出了当最佳变换阶数 $p_{\text{opt}}=1$ 时的变换结果，即 SFRAF 的峰值坐标为 $(\alpha_0, m_0)=\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$ ，

$$\text{由式(17)可得，} \hat{a}_2 = \frac{m_0 \csc \alpha_0}{4\pi\tau} = 0, \hat{a}_3 = -\frac{\cot \alpha_0}{12\pi\tau} = 0,$$

通过对原始信号进行 dechirp 运算，并搜索其 FFT 峰值得到 $\hat{a}_1=100.1$ 。

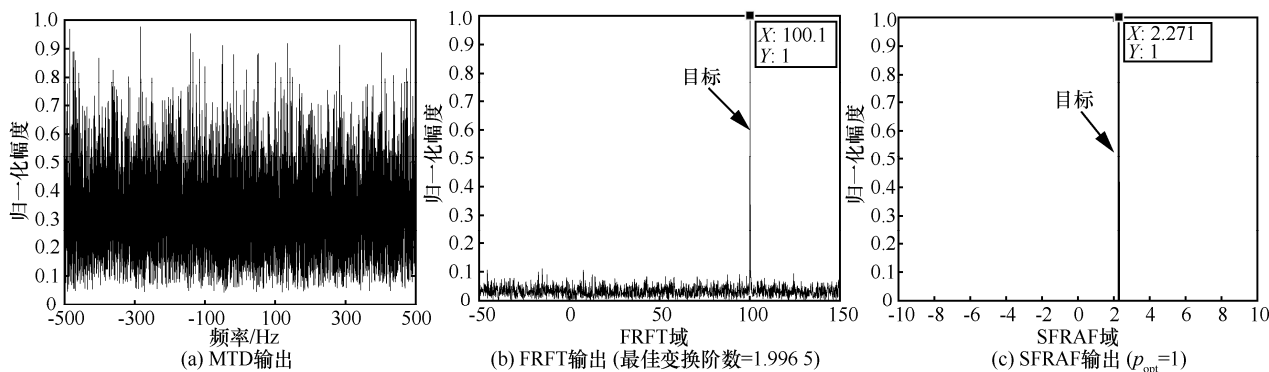


图 11 MTD、FRFT 和 SFRAF 检测结果对比 (LFM 信号)

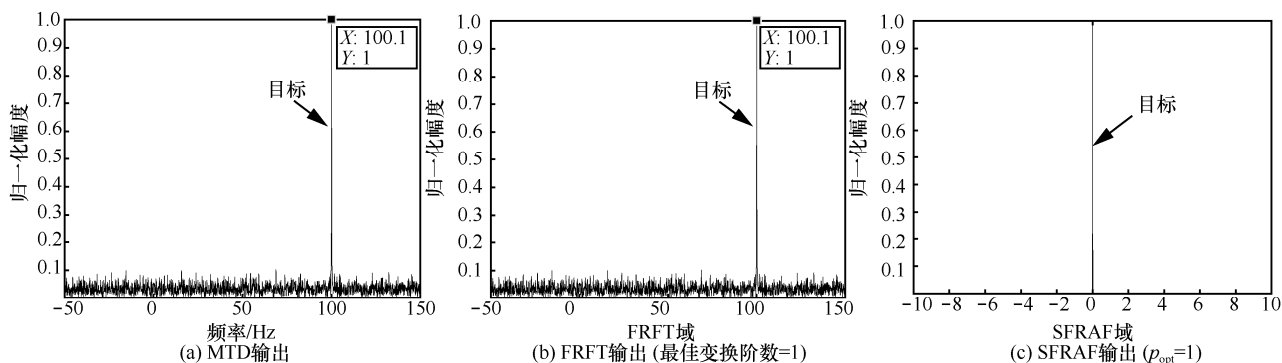


图 12 MTD、FRFT 和 SFRAF 检测结果对比 (平稳信号)

上述分析说明, SFRAF 是适用于低阶回波信号的。在处理低阶信号时, SFRAF 能够实现目标的有效检测, 由于其仅保留信号稀疏部分(大值), 相比 MTD 和 FRFT 等方法, 输出的信噪比有显著提升, 峰值更为明显, 并能实现较为准确的参数估计。

6.3 检测性能分析

本节通过 Monte Carlo 仿真计算, 对所提算法的检测性能进行进一步分析。假设某机动目标信号参数为 $a_0=100$, $a_1=200$, $a_2=300$, $a_3=200$, 采样频率 $f_s=1\ 000$ Hz, 观测时长 $T_n=8.192$ s, 分别采用 MTD、FRFT、FRAF、SFRAF 等 4 种方法对噪声背景和海杂波背景中的目标信号进行处理, 其中, 海杂波背景为数据 TFC17-006 中选取的海杂波单元。在 $P_{fa}=10^{-3}$ 的条件下, 对不同 SNR/SCR 分别进行 10^5 次 Monte Carlo 仿真计算。图 13 给出了 4 种方法的检测性能曲线, 从图中可以看出: 对于 MTD 和 FRFT 方法, 由于模型失配, 无论在噪声背景还是海杂波背景中, 二者对机动目标的检测性能与 SFRAF 相比都有明显差距, 进一步体现了 SFRAF 在处理高机动信号方面相

对于传统方法的优势; 由于 SFRAF 是一种下采样概率估计算法, 在 SNR/SCR 较低条件下, 与 FRAF 相比, SFRAF 的检测性能相对较差, 随着信号能量的增强, SFRAF 可达到与 FRAF 相当的检测概率。

上述仿真实验和实测数据处理结果验证了 SFRAF 的有效性, 运算效率高, 频率分辨率好, 对机动目标具有较好的检测性能。但需要说明的是, SFRAF 也存在局限性和不足: 1)算法的优势需要在数据量 $N > 2^{12}$ 的前提下才能明显体现, 更适合具有任意波束控制的相控阵及 MIMO 雷达; 2)在较低 SNR/SCR 情况下, 算法的稳健性下降, 因此, SFRAF 更适合大数据量、SNR/SCR 较高条件下机动目标的快速提取, 后续将考虑结合经典检测原理对算法进行重新设计, 以提升较低 SNR/SCR 下, SFRAF 对机动目标的检测性能。

7 结束语

本文在分数阶模糊函数和稀疏傅里变换的基础上, 建立了稀疏分数阶模糊函数的概念, 并将其应用于雷达信号处理中, 提出了基于 SFRAF 的海

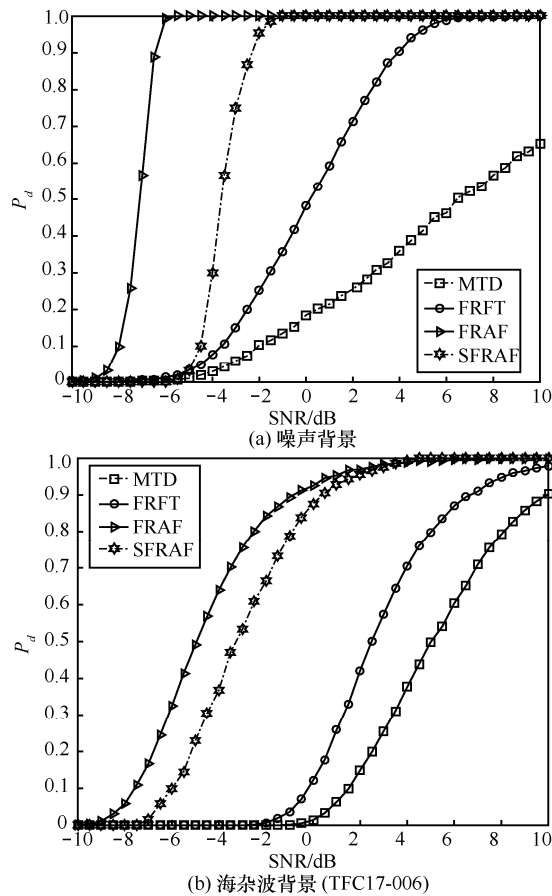


图 13 MTD、FRFT、FRAF、SFRAF 检测性能对比

上机动目标检测方法, 通过 SFRAF 处理, 获得机动目标的稀疏分数域高分辨表示并进行目标检测和参数估计。仿真实验和实测对海雷达数据处理结果表明, 所提方法在提升信号处理效率的同时, 能够提高机动目标信号的能量聚集性和频率分辨率, 改善雷达机动目标检测和参数估计性能, 尤其是在大数据量及较高 SNR/SCR 条件下能够明显体现算法的优势, 为进一步提升雷达海杂波抑制和海上动目标检测能力提供了新的思路和途径。

参考文献:

- [1] 陈小龙, 关键, 黄勇, 等. 雷达低可观测目标精细化处理及应用[J]. 科技导报, 2017, 35(20): 19-27.
CHEN X L, GUAN J, HE Y, et al. Radar refined processing and its applications for low-observable moving target[J]. Science & Technology Review, 2017, 35(20): 19-27.
- [2] CHEN X L, GUAN J, LIU N B, et al. Detection of a low observable sea-surface target with micromotion via the Radon-linear canonical transform[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2014, 11(7): 1225-1229.
- [3] 许稼, 彭应宁, 夏香根, 等. 基于检测前聚焦的临近空间高动态飞行器雷达探测研究[J]. 雷达学报, 2017, 6(3): 229-238.
XU J, PENG Y N, XIA X G, et al. Focus-before-detection methods for radar detection of near space high-maneuvering aircrafts[J]. Journal of Radars, 2017, 6(3): 229-238.
- [4] 陈小龙, 关键, 于晓涵, 等. 基于短时稀疏时频分布的雷达目标微动特征提取及检测方法[J]. 电子与信息学报, 2017, 39(5): 1017-1023.
CHEN X L, GUAN J, YU X H, et al. Radar micro-Doppler signature extraction and detection via short-time sparse time-frequency distribution[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2017, 39(5): 1017-1023.
- [5] 王鹏, 邱天爽, 李景春, 等. 无源雷达目标信号时延与多普勒频率联合估计[J]. 通信学报, 2015, 36(5): 47-53.
WANG P, QIU T S, LI J C, et al. Joint estimation of target time delay and Doppler Frequency in passive radar system[J]. Journal on Communications, 2015, 36(5): 47-53.
- [6] QAZI S, GEORGAKIS A, STERGIOLAS L K, et al. Interference suppression in the Wigner distribution using fractional Fourier transform and signal synthesis[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(6): 3150-3161.
- [7] PELEG S, FRIEDLANDER B. The discrete polynomial-phase transform[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1995, 43(8): 1901-1914.
- [8] WANG X P, HUANG M X, WU X Q, et al. Direction of arrival estimation for MIMO radar via unitary nuclear norm minimization[J]. Sensors, 2017, 17(4): 939-952.
- [9] 汤雅妃, 张云勇, 郭志斌. 基于稀疏表达的微弱信号提取及检测方法[J]. 通信学报, 2015, 36(s1): 215-223.
TANG Y F, ZHANG Y Y, GUO Z B. Approach to weak signal extraction and detection via sparse representation[J]. Journal on Communications, 2015, 36(s1): 215-223.
- [10] HASSANIEH H, INDYK P, KATABI D, et al. Simple and practical algorithm for sparse Fourier transform[C]// ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms, Society for Industrial and Applied Mathematics. ACM, 2012: 1183-1194.
- [11] SCHUMACHER J. High performance sparse fast Fourier transform[D]. Zurich Switzerland: ETH Zurich: 2013: 23-33.
- [12] GILBERT A C, INDYK P, IWEN M, et al. Recent developments in the sparse Fourier transform: a compressed Fourier transform for big data[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2014, 31(5): 91-100.
- [13] LIU S H, TAO S, RAN T, et al. Sparse discrete fractional Fourier transform and its applications[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(24): 6582-6595.
- [14] PEI S C, DING J J. Closed-form discrete fractional and affine Fourier transforms[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2000, 48(5): 1338-1353.
- [15] 陈小龙, 关键, 于晓涵, 等. 雷达动目标短时稀疏分数阶傅里叶变

换域检测方法[J]. 电子学报, 2017, 45(12): 3030-3036.

CHEN X L, GUAN J, YU X H, et al. Radar detection for moving target in short-time sparse fractional Fourier transform domain[J]. ACTA Electronica Sinica, 2017, 45(12): 3030-3036.

- [16] 陈喆, 王宏禹, 邱天爽. 基于分数阶傅里叶变换的模糊函数的研究[J]. 信号处理, 2003, 19(6): 499-502.

CHEN Z, WANG H Y, QIU T S. The study of ambiguity function based on fractional Fourier transform[J]. Signal Processing, 2003, 19(6): 499-502.

- [17] 陈小龙, 关键, 何友, 等. 高分辨稀疏表示及其在雷达动目标检测中的应用[J]. 雷达学报, 2017, 6(3): 239-251.

CHEN X L, GUAN J, HE Y, et al. High-resolution sparse representation and its applications in radar moving target detection[J]. Journal of Radars, 2017, 6(3): 239-251.

- [18] MINSHENG W, CHAN A K, CHUI C K. Linear frequency-modulated signal detection using Radon-ambiguity transform[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1998, 46(3): 571-586.

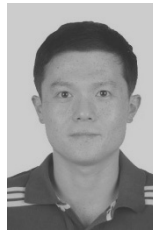
- [19] HERSELMAN P L, BAKER C J, DE WIND H J. An analysis of X-band calibrated sea clutter and small boat reflectivity at medium-to-low grazing angles[J]. International Journal of Navigation and Observation, 2008(2): 1-14.

- [20] DE WIND H J, CILLIERS J E, HERSELMAN P L. DataWare: sea clutter and small boat radar reflectivity databases [best of the Web][J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2010, 27(2): 145-148.

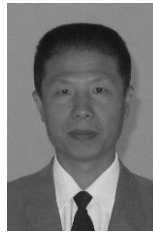
[作者简介]



于晓涵 (1991-), 女, 河北沧州人, 海军航空大学博士生, 主要研究方向为雷达动目标检测、稀疏信号处理。



陈小龙 (1985-), 男, 山东烟台人, 博士, 海军航空大学副教授, 主要研究方向为智能雷达信号处理、动目标检测、杂波抑制等。



关键 (1968-), 男, 辽宁锦州人, 博士, 海军航空大学教授, 主要研究方向为雷达目标检测与跟踪、侦察图像处理和信息融合等。

黄勇 (1979-), 男, 湖南汨罗人, 博士, 海军航空大学副教授, 主要研究方向为雷达信号处理。